Lec (06)

Gauss's law

Volume charge

ندرس

(1) "E" For non conducting sphere → inside, outside, Surface

(2) "E" for solid conducting sphere → inside, outside

(3) "E" For a conducting Shell → inside, outside

(4) Examples

D الإزاحة الكهربائية
$D = \epsilon E$ = electric field density

(non conducting)

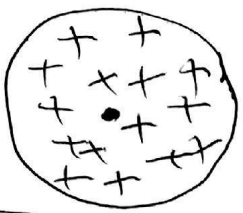
1 (E) for Asymmetric Spherical charge distribution

- المجال الكهربائي الناتج عن توزيع شحنة توزيعاً متماثراً على كرة غير موصلة و المطلوب هو هذا المجال داخل وخارج وعلى سطح الكرة.
- لاحظ ان الكرة nonconducting معناها ان الشحنة موجبة بالشحنة فقط

(i) E inside sphere $r < R$

نصف قطر الكرة الكبرى

الشحنة موزعة بانتظام في حجم أو الحجم مشحون بكثافة

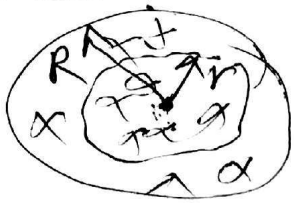


نبدأ باختيار سطح جاوس بنصف قطر r وأكبر من نصف قطر الكرة R

ونلاحظ ان كمية الشحنة الموجودة داخل السطح الجديد هي جزء من الشحنة الكلية ونرمز لها بالرمز Q'

$Q' = \varepsilon_0 \oint E \cdot d\bar{A}$ ← الشحنة المحصورة

$Q' = \varepsilon_0 E \times (4\pi r^2)$ ← مساحة جاوس



Scanned by CamScanner

$$E = \frac{Q'}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

ρ_v = volume charge density C/m^3

$$\rho_v = \frac{\text{شحنة}}{\text{حجم}} = \frac{Q'}{V} = \frac{Q'}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

Q الكلية — Q' الشحنة المحتواة في الحجم الكروي — V حجم كروي

$$\rho_v = \frac{\text{شحنة داخل السطح الكروي}}{\text{الحجم الكروي}}$$

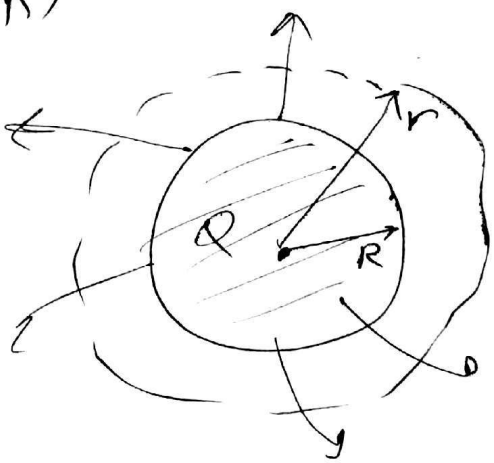
$$\therefore Q' = Q\frac{r^3}{R^3}$$

$$\therefore E = \frac{Q\frac{r^3}{R^3}}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{Q\,r}{4\pi\epsilon_0 R^3}$$

$E \propto r$ نلاحظ أن

$\therefore$ E تتغير طرديا مع r حيث r هو بعد نقطة الحقل عن مركز الكرة و R ثابت

ii) outside the sphere ($r > R$)



$$\epsilon_0 \int E \cdot dA = Q$$

التكامل على السطح الكروي

E و dA متوازيان في كل نقطة على السطح الكروي

$$\epsilon_0 E(4\pi r^2) = Q$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$E \propto \frac{1}{r^2}$$

E تتغير عكسيا مع r^2 خارج الكرة المشحونة

Scanned by CamScanner

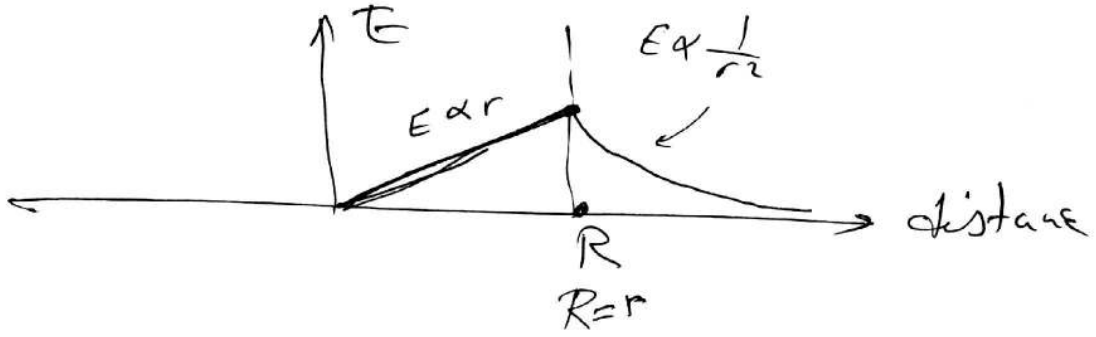
iii) at the Surface of sphere

عند السطح مباشرة نفوض في أي من القوانين السابقة $r = R$

$$\therefore E = \frac{Q r}{4\pi\varepsilon_0 R^3} = \frac{Q r}{4\pi\varepsilon_0 r^3} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

$$\text{or} = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

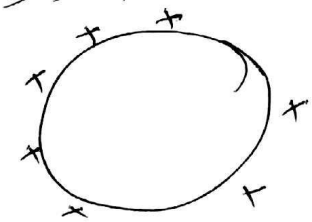
رسم علاقة E مع distance



Scanned by CamScanner

[2] Electric Field inside & outside a Solid Conducting sphere

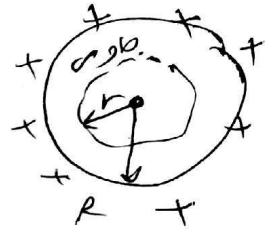
الموصل في الحالة الاتزان الكهربي تتوزع الشحنة على السطح الخارجي فقط
ولا تكون هناك شحنات بالداخل (إلا إذا اخترقت بقشر)
صفائح الموصل الكهربي تتوزع الشحنات باستقام داخل السطح.



(i) inside the sphere ($r<R$)

نختار سطح جاوس كرة نصف قطرها r

$$q = \varepsilon_0 \oint E \cdot dA$$



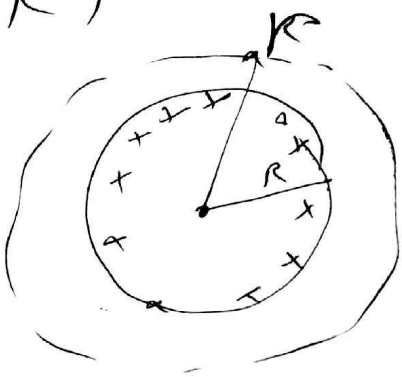
لا يوجد شحنات داخل سطح جاوس = صفر
ولا تخترق الشحنات السطح

$\therefore q = 0$

$$0 = \varepsilon_0 \oint E \cdot dA \longrightarrow \boxed{E = 0}$$

(ii) outside the sphere ($r>R$)

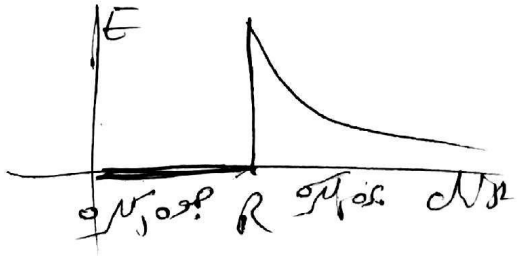
$$\varepsilon_0 E(4\pi r^2) = Q \longrightarrow \text{كل الشحنات}$$



$$\therefore \boxed{E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$$

Note $\sigma_s = \dfrac{Q}{\text{area}} = \dfrac{Q}{4\pi r^2}$

$$\therefore \boxed{E = \frac{\sigma_s}{\varepsilon_0}}$$

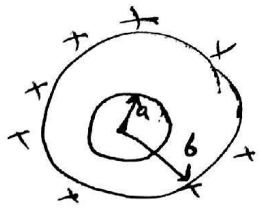


Scanned by CamScanner

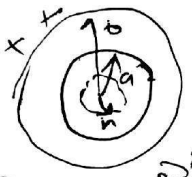
3] Electric field inside & outside a Conducting sh

كرة معزولة موصلة

بوضع الشحنة على السطح فقط



(i) $r < a$ أو $r < b$



كرة موصلة

معنى شحنة موجبة على السطح الخارجي

$\oint E \cdot dA = Q$ ← محصورة

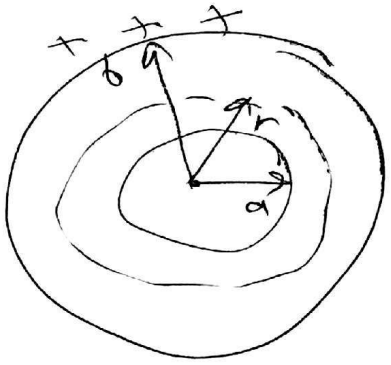
محصورة = صفر

$\therefore$ $E = 0$

(ii) $b > r > a$

بوضع كرة موصلة داخل الفراغ

$\therefore$ $E = 0$



(iii) $r > b$

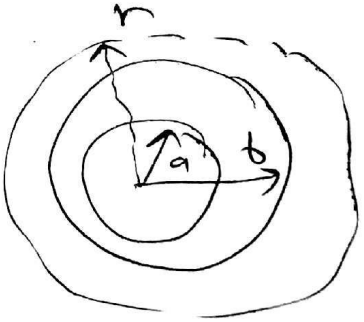
فيها شحنة

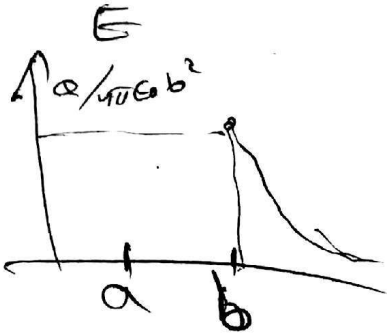
$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = Q$

شحنة كرة الفراغ الداخلي

$\varepsilon_0 E (4\pi r^2) = Q$

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0}$$

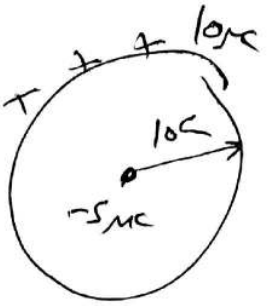




Scanned by CamScanner

Examples

EX(1) Find $\vec{E}$ inside & outside Conducting shell, has point charge at Center ($-5\mu C$) & surface charge ($+10\mu C$) of radius of sphere is 10cm



1- E_{out} $r > 10cm$

$\therefore \epsilon_0 \oint E \cdot dA = Q_{tot} = (10-5)\mu C$

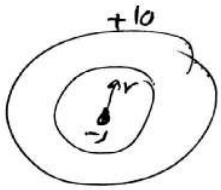
$= 5\times10^{-6}$

$\therefore \epsilon_0 E(4\pi r^2) = 5\times10^{-6}$

$$E_{out} = \frac{5\times10^{-6}}{8.85\times10^{-12}\times 4\pi r^2}$$

$r > 10cm$

10cm خارج الكرة



2- E_{in} $\epsilon_0 \oint E \cdot dA = Q_{tot}$ ← سالب

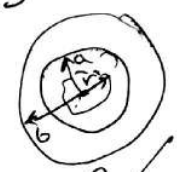
$$|E| = \frac{5\times10^{-6}}{4\pi\times\epsilon_0 r^2}$$

note $r < 10cm$

EX(2) Conductor shell with inner diameter 3cm & outer diameter 5cm & charge of $-5\mu c$ find E at all regions & boundaries

$a = 3cm$
$b = 5$

$r < 3$



$E\epsilon_0 4\pi r^2 = Q_{in} = 0$

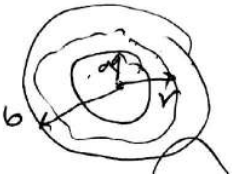
لا يوجد شحنة

Conductor شحنة على سطح الموصل

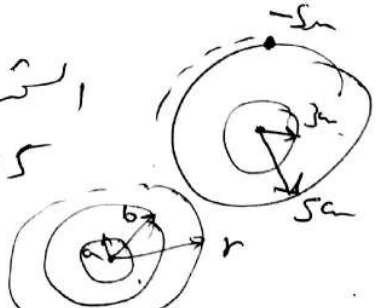
$5 > r > 3$

$\epsilon_0 E 4\pi r^2 = Q_{in} = 0$

لا يوجد شحنة



$r > 5$



$\epsilon_0 E(4\pi r^2) = Q = 5\times10^{-6}$

$$E = \frac{5\times10^{-6}}{4\pi\times8.85\times10^{-12}\, r^2}$$

$r > 5cm$

Scanned by CamScanner